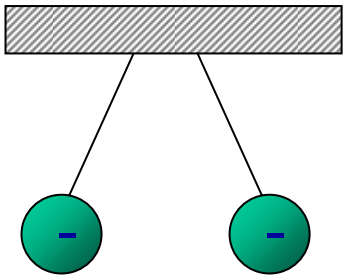
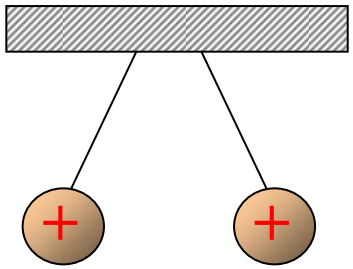
Fenomeni elettrici

La materia ordinaria è elettricamente neutra. Tuttavia è facile produrre uno sbilanciamento, ad es. mediante sfregamento. Il corpo possiede allora una carica elettrica netta: è elettrizzato.

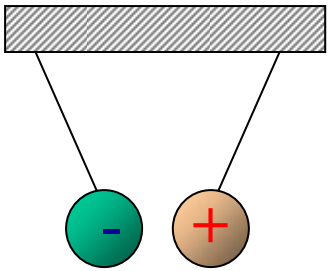
2 tipi di carica elettrica: positiva e negativa



Elettrizzati con bachelite.



Elettrizzati con vetro



Osservazione qualitativa: cariche dello stesso segno si respingono
cariche di segno opposto si attraggono

Dal punto di vista delle proprietà elettriche, i materiali si distinguono in isolanti e conduttori

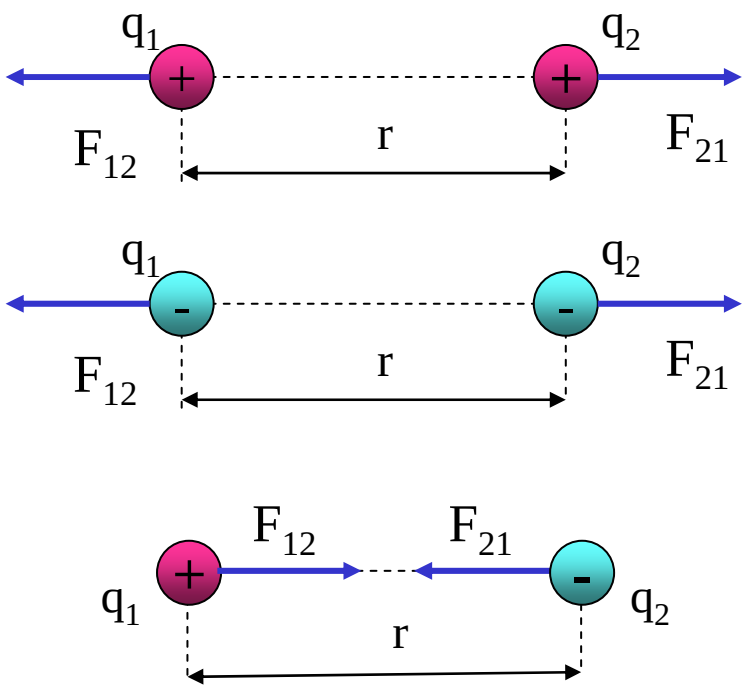
Schematicamente, le cariche elettriche sono libere di spostarsi (ridistribuirsi) su un conduttore, (es. messa a terra)
mentre su un isolante assumiamo che le cariche siano fisse.

Forza elettrostatica fra due cariche elettriche puntiformi

Misure di C.A. de Coulomb con bilancia a torsione. Circa 1785.

caratteristiche della forza

- repulsiva se q_1,q_2 hanno lo stesso segno altrimenti attrattiva
- diretta lungo la congiungente
- proporzionale a q_1 e q_2
- varia inversamente con il quadrato della distanza



in modulo: $$F = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

Legge di Coulomb

Legge di Coulomb

$$F = k\frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

Si può usare questa legge per definire l'unità di carica (es. C.G.S)

Nel SI si la carica si definisce a partire dalla corrente elettrica (unità fondamentale, definita in base a fenomeni magnetici) $\mapsto$ k si determina sperimentalmente.

[q] = C = As L'unità di carica SI è il Coulomb. E' una grandezza scalare.

Nel vuoto, la costante k vale: $k = 8.9876 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$

In elettrostatica 1C è una carica molto grande:

Es. fra due cariche di 1C alla distanza di 1m, la forza vale $9.0 \cdot 10^9$ N

In genere, la legge di Coulomb nel vuoto si scrive nella forma:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

con $\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$

Una sfera uniformemente carica si comporta come una carica puntiforme concentrata al centro (v. Teorema di Gauss, domani)

Legge di Coulomb. Effetto del "mezzo"

Se le due cariche sono immerse in un mezzo omogeneo (dielettrico o materiale isolante) tutto rimane come prima, ma la costante risulta inferiore

Si preferisce scrivere la legge di Coulomb nella forma:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

cost. dielettrica del vuoto

$$\varepsilon_0 \rightarrow \varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_R$$

ε: cost. dielettrica del mezzo

costante dielettrica relativa

in pratica

$$F = \frac{F_0}{\varepsilon_R}$$

Nei gas ε_R è così prossimo a 1 che nei nostri esempi assumeremo in genere $\varepsilon_{aria} = \varepsilon_0$

Alcune costanti dielettriche relative

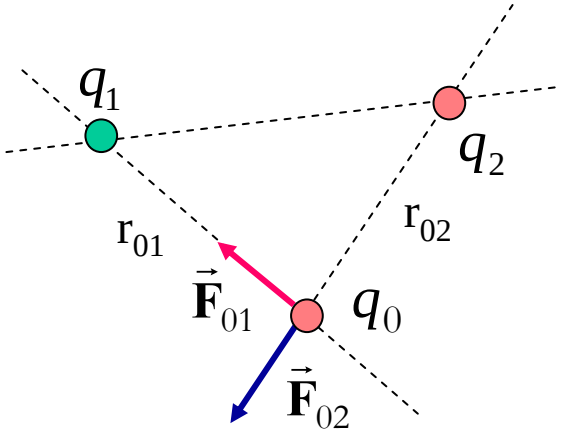
Acqua	80.1
Etanolo	25.7
Benzene	2.28
Olio	2.2
Vetri	3.8-9.5
Marmo	8
Teflon	2.2
Resina eposs.	4
aria secca	1.000536

Il principio di sovrapposizione

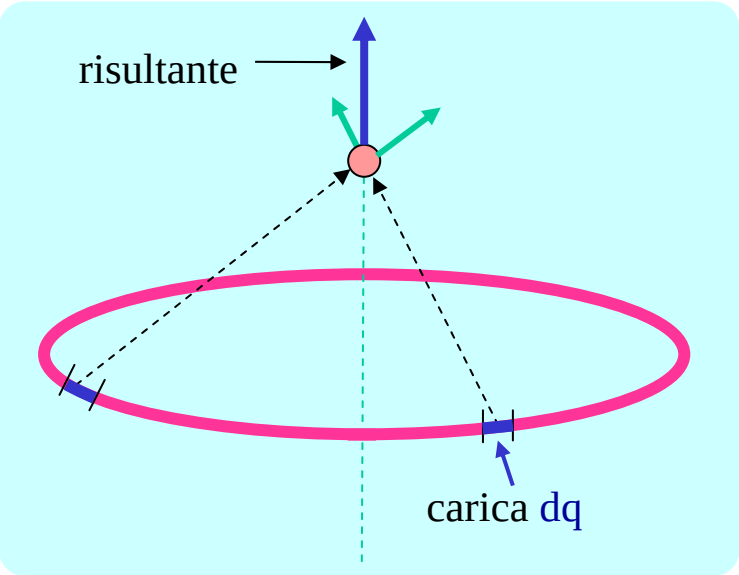
In presenza di più cariche elettriche puntiformi la forza che agisce su una carica (ad es. su q_0) è pari alla somma vettoriale delle forze esercitate dalle altre cariche.

$$\vec{\mathbf{F}}_0 = \vec{\mathbf{F}}_{01} + \vec{\mathbf{F}}_{02}$$

in modulo: $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{|q_1 q_0|}{r_{01}^2}$ $\qquad$ $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{|q_2 q_0|}{r_{02}^2}$



si può estendere ad un numero arbitrario di cariche, e a distribuzioni "continue" di carica



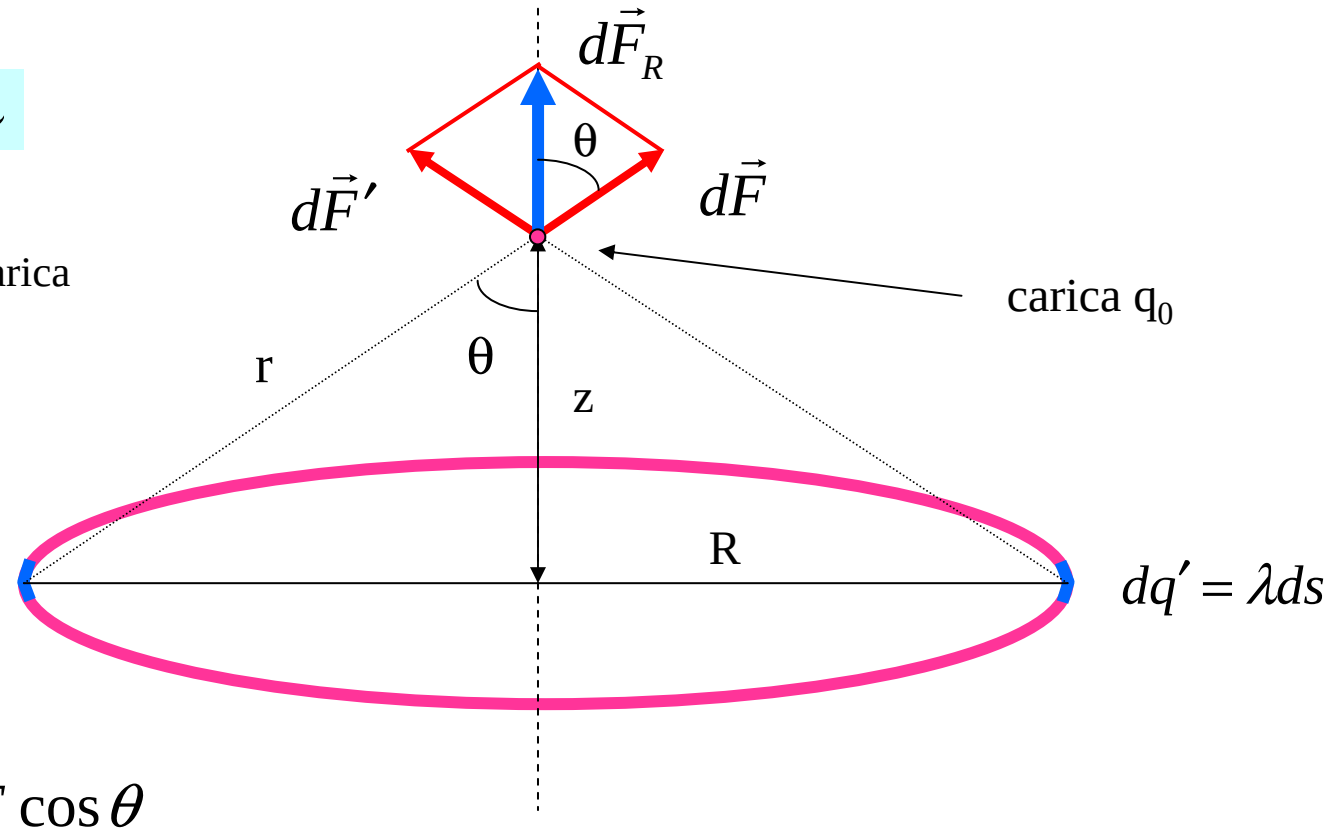
Es. anello uniformemente carico.

La carica di prova è soggetta in ogni punto ad una forza che si può calcolare dalla legge di Coulomb

Esempio: forza su una carica q_0 sull'asse di un anello circolare unif. carico

$$Q = 2\pi R \cdot \lambda$$

densità lineare di carica



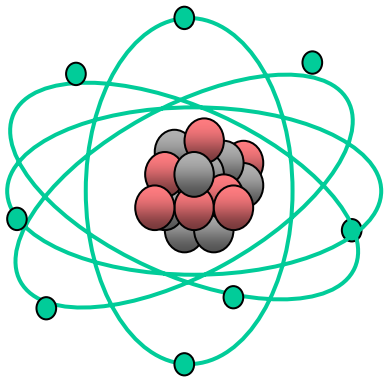
$$dF_R = 2dF\cos\theta$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0 dq}{r^2} \qquad \frac{z}{r}$$

$$F_{TOT} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0 Qz}{r^{3/2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0 Qz}{\left(R^2+z^2\right)^{3/2}}$$

Aspetti microscopici

La materia è formata in gran parte di particelle elettricamente cariche. Tuttavia l'atomo è neutro, e quindila materia ordinaria è neutra.



"Atomo di ossigeno"

protone: $q_p = +e$

neutrone: $q_n = 0$

elettrone: $q_e = -e$

$e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C

La carica è quantizzata (Millikan, ~1910)

1 g di materia contiene circa $\frac{N_A}{2}$ elettroni e altrettanti protoni

$N_A = 6.022 \cdot 10^{23}$ è il numero di Avogadro. $\mapsto$ 48240 C positivi e altrettanti negativi !

La carica totale è nulla perché $q_e = q_p$ con ottima approssimazione

Limite attuale ("Review of Particle Physics", Phys. Let. B592, 2004) : $\frac{|q_p + q_e|}{e} < 1.0 \cdot 10^{-21}$

Esempio1. Calcolare la forza elettrica fra due palline di carbonio alla distanza di 2cm nell'ipotesi che

$q_P = 1.000\,000\,001 |q_e|$ (differenza di 1 parte per miliardo) F=52.3 kN

Esempio2. Un corpo di 1g di C ha carica +1μC. Calcolare l'eccesso di carica positiva rispetto alla carica positiva totale contenuta nel corpo. (frazione $2.07 \cdot 10^{-11}$ ovvero 1 parte su $48 \cdot 10^{9}$)

La carica elettrica si conserva

Es.1 – Decadimento β^-

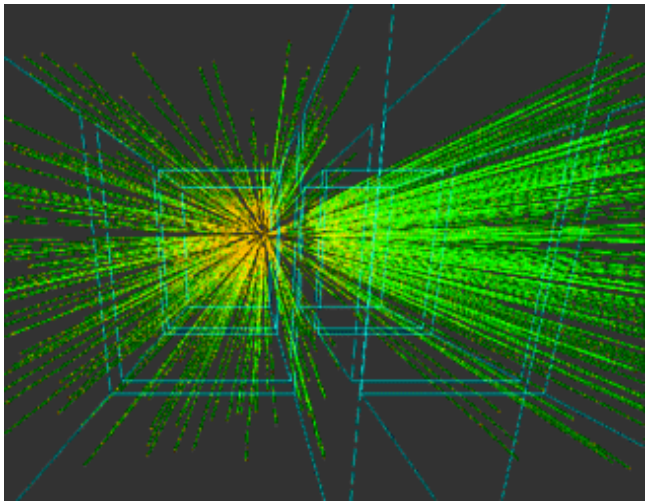
$$n \rightarrow p + e + \bar{\nu}$$

q=0 q=+e q=-e q=0

Es. 2 – Annichilazione elettrone-positrone

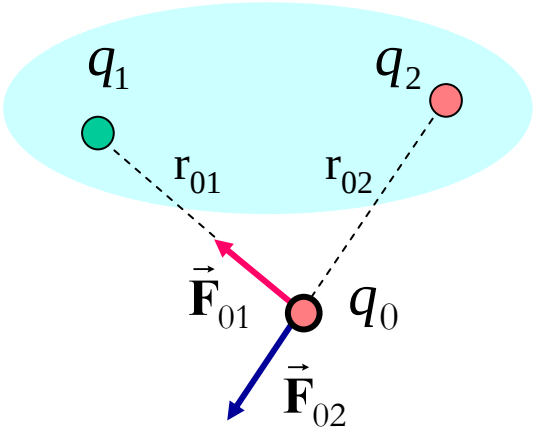
$$e + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma$$

Es. 3 - Anche nei casi più complessi come in una collisione nucleare ultrarelativistica, in cui sono create migliaia di particelle esotiche.



Campo Elettrico.

Data distribuzione di cariche (fisse), una carica di prova q_0 è soggetta in ogni punto ad una forza **F** (campo di forza).



La forza che agisce su q_0 dipende da q_0 e dalla distribuzione di carica. Ad es. se q_0 raddoppia ... Conviene separare i due contributi introducendo il campo elettrico

Si definisce campo elettrico

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{\vec{\mathbf{F}}}{q_0} \qquad [E] = \frac{N}{C} = \frac{kg \cdot m}{As^3}$$

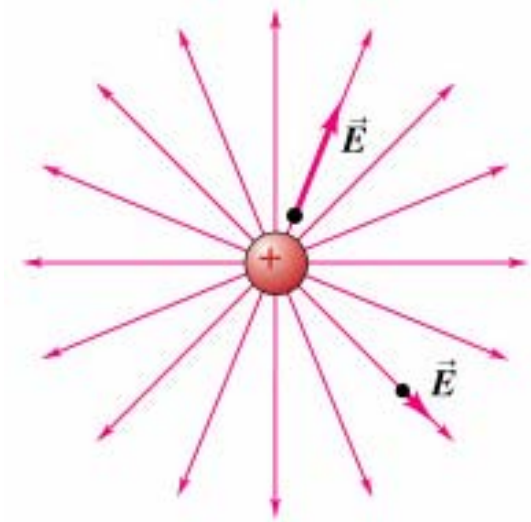
E è un campo vettoriale (che dipende solo dalla distribuzione di carica che lo genera)

Noto **E** in un punto, la forza agente su una carica q_0 in quel punto vale $\vec{F}_0 = q_0 \vec{E}$

Campo elettrico: solo una comoda definizione?
si preferisce interpretarlo come proprietà dello spazio modificato dalle cariche elettriche (ad es. si propaga con una velocità finita ....)

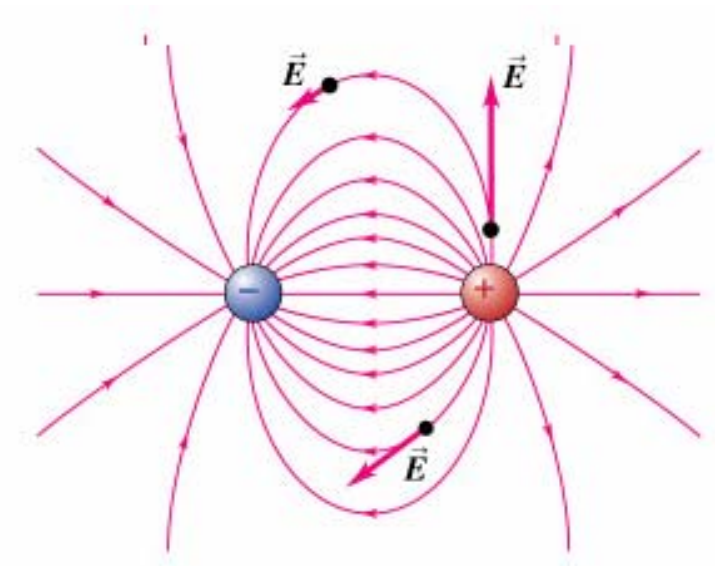
Un campo elettrico si rappresenta mediante **linee di forza**.

rappresentazione grafica del campo elettrico di una carica puntiforme positiva.

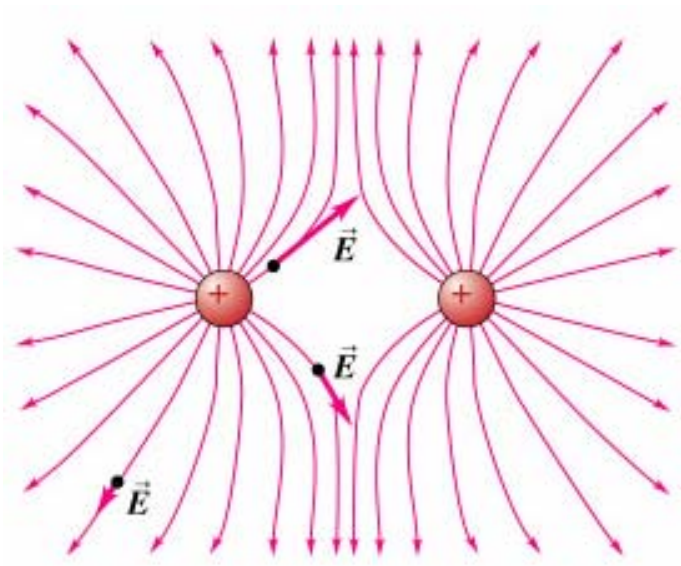


il campo elettrico ha origine da una carica positiva e termina su una carica negativa

rappresentazione grafica del campo elettrico di due cariche puntiformi

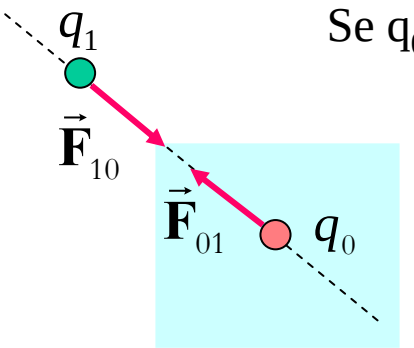


+q e –q (dipolo elettrico)



due cariche identiche (positive)

1. Campo elettrico generato da una carica puntiforme



Se q_0 è a distanza r da una carica puntiforme q_1, la forza agente su q_0 vale:

$$F(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_0}{r^2}$$

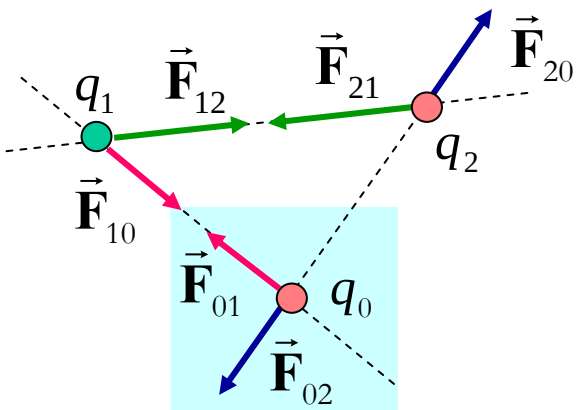
da cui

$$E(r) = \frac{F}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r^2}$$

direzione e verso del campo elettrico sono

- radiale uscente se $q_1>0$
- radiale entrante se $q_1<0$

2. Campo elettrico generato da due cariche puntiformi



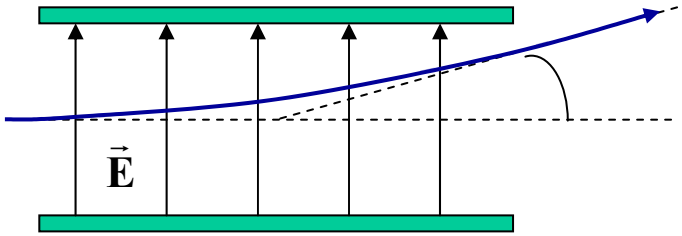
$$\vec{F}_0 = \vec{F}_{01} + \vec{F}_{02} = q_0\vec{E}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{\vec{F}_{01}}{q_0} + \frac{\vec{F}_{02}}{q_0} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

Il campo elettrico di più cariche è la <u>somma vettoriale</u> dei campi elettrici generati dalle singole cariche.

Carica in un campo elettrico

E uniforme:
moto parabolico



$$\vec{\mathbf{F}} = q\vec{\mathbf{E}}$$

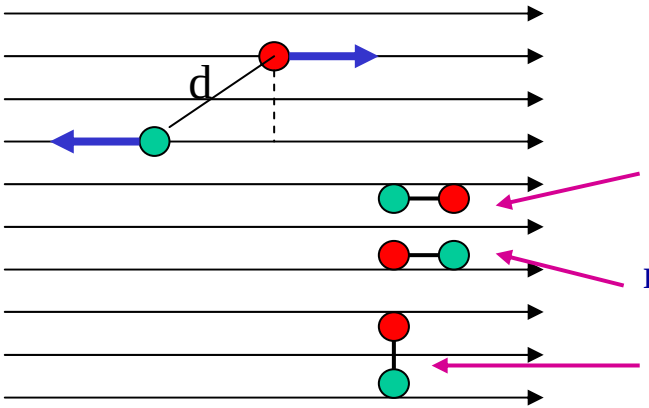
$$\begin{cases} mv_y = qEt \\ mv_x = mv_0 \end{cases}$$

Dipolo elettrico in un campo elettrico (uniforme)

Risultante delle forze nulla $\quad \vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{F}}_+ - \vec{\mathbf{F}}_- = 0$

Momento risultante $\quad \vec{\boldsymbol{\tau}} = \vec{\mathbf{p}} \times \vec{\mathbf{E}}$

Energia potenziale del dipolo. $\quad \mathrm{W} = -\vec{\mathbf{p}} \cdot \vec{\mathbf{E}}$



Un dipolo elettrico tende a disporsi parallelamente al campo elettrico

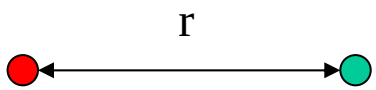
momento nullo, equilibrio stabile, W min.

momento nullo, equilibrio instabile, W max.

momento massimo

Lavoro della forza elettrostatica

la forza elettrostatica è conservativa. Stretta analogia con la forza gravitazionale



$$L_E = -\Delta U$$

$$-L_E = \Delta U = U_F - U_i$$

la variazione di energia potenziale elettrica è uguale al lavoro della forza elettrica cambiata di segno

l'energia potenziale è definita a meno di una costante. In genere, si pone $U(\infty) = 0$

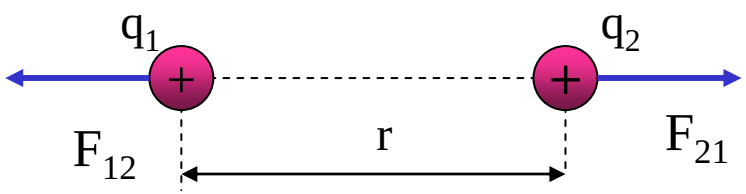
Se le cariche sono inizialmente a distanza infinita U_i=0, $-L_E = U_F$

L'energia potenziale del sistema è pari al lavoro compiuto dalle forze elettriche per portare le cariche da distanza infinita alla posizione finale, cambiato di segno.

$$L_{App} = U_F$$

L'energia potenziale è pari al lavoro compiuto dalle forze esterne per portare le cariche dall'infinito alla posizione finale.

Energia potenziale di due cariche puntiformi



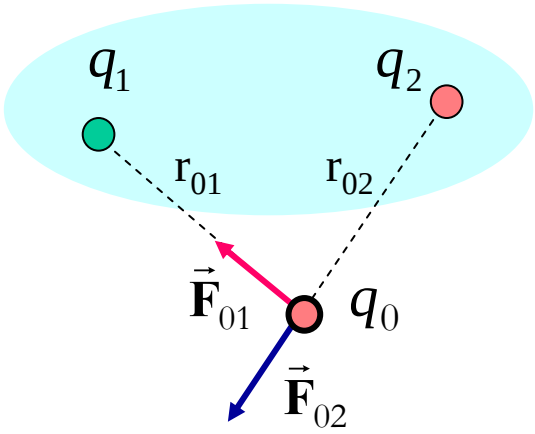
con segno!

ponendo $U(\infty)=0$ si trova: $$U(r)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}$$

questa si può interpretare come:
energia potenziale di q_1 nel campo della carica q_2
energia potenziale di q_2 nel campo della carica q_1
energia potenziale del sistema di cariche q_1 e q_2

Potenziale Elettrico

Con più cariche puntiformi, il principio di sovrapposizione implica che



$$U_0 = U_{10} + U_{20} + \ldots = \sum_k U_{k0}$$ (somma algebrica)

Analogamente al campo elettrico si definisce il potenziale elettrico:

$$V = \frac{U}{q_0}$$

$$[V] = \frac{J}{C} = \frac{kg \cdot m^2}{As^3} = V$$

$$U_0 = q_0 V$$

Energia potenziale della carica q_0 nel campo generato dalle altre cariche.

Potenziale elettrico nella posizione di q_0 (generato dalle altre cariche)

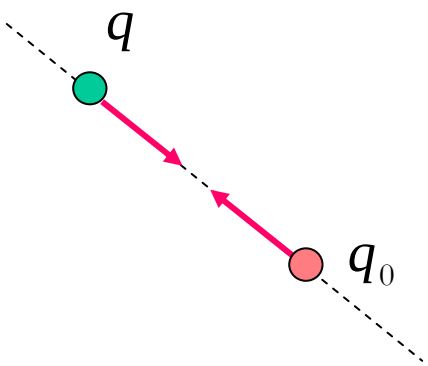
V è il potenziale generato dalle altre cariche nella posizione di q_0

Numericamente, esso rappresenta l'energia potenziale di una carica di 1C nel punto considerato

V è un campo scalare, definito a meno di una costante.

Potenziale Elettrico

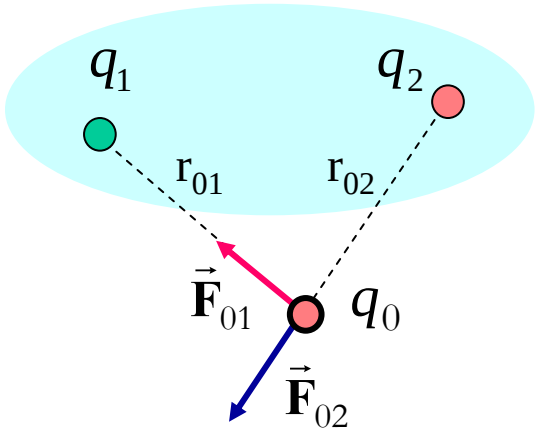
Caso di una carica puntiforme.



$$U_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r} = q_0 V$$

$$V = \frac{U_0}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

Caso di 2 o più cariche puntiformi



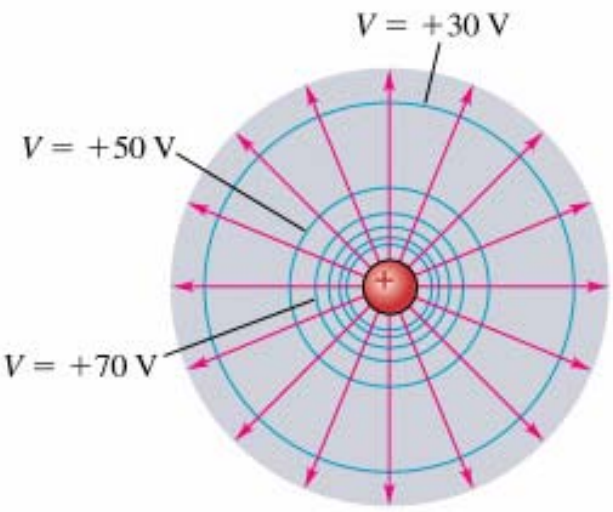
$$U_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_0}{r_{01}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2 q_0}{r_{02}} + \ldots$$

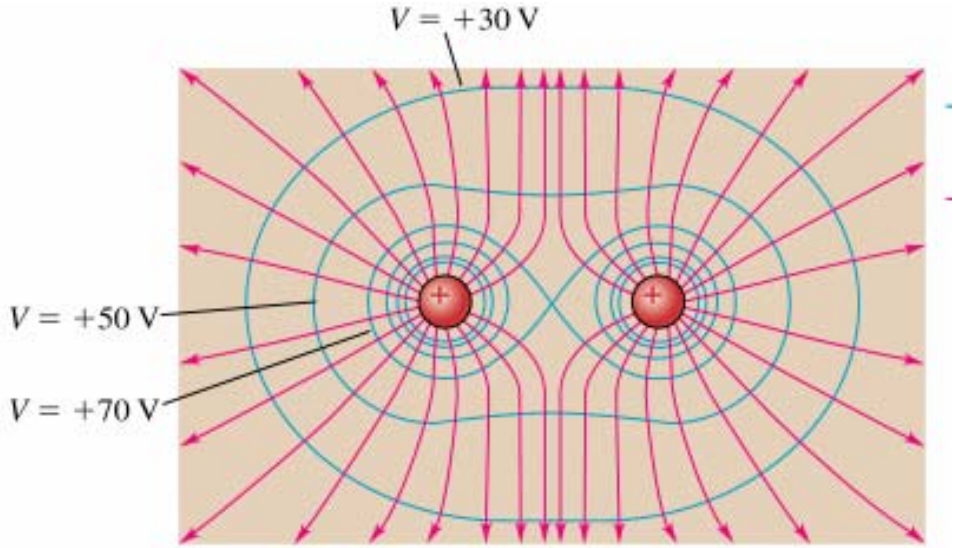
$$V = \frac{U_0}{q_0} = \frac{U_{01}}{q_0} + \frac{U_{02}}{q_0} + \cdots$$

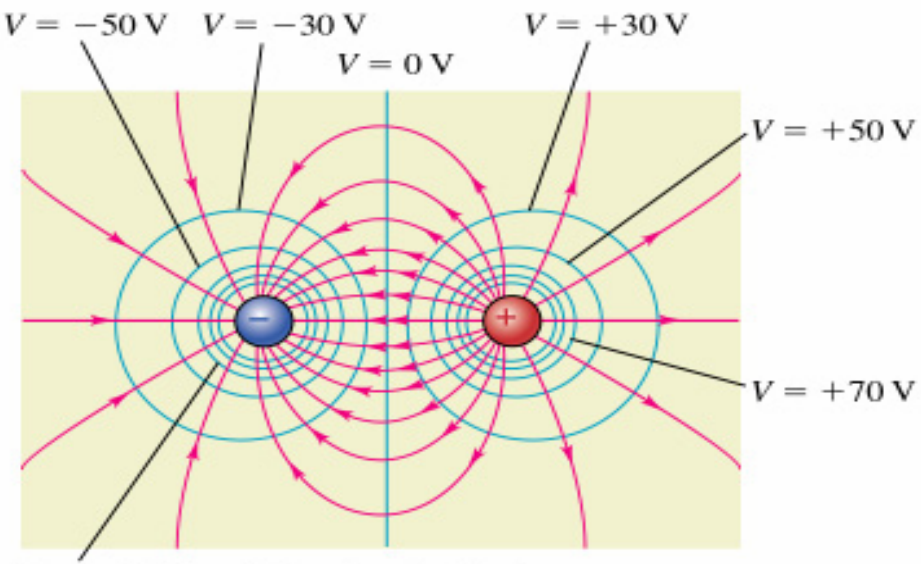
$$V = V_1 + V_2 + \ldots$$

somma algebrica dei potenziali generati da q_1, q_2, ...

Rappresentazione di campo elettrico e potenziale elettrico







(b) An electric dipole

V è un campo scalare

Rappresentazione:
curve di livello (2D), superfici di livello (3D).
Si chiamano curve/superfici **equipotenziali**.

Potenziale e Campo elettrico

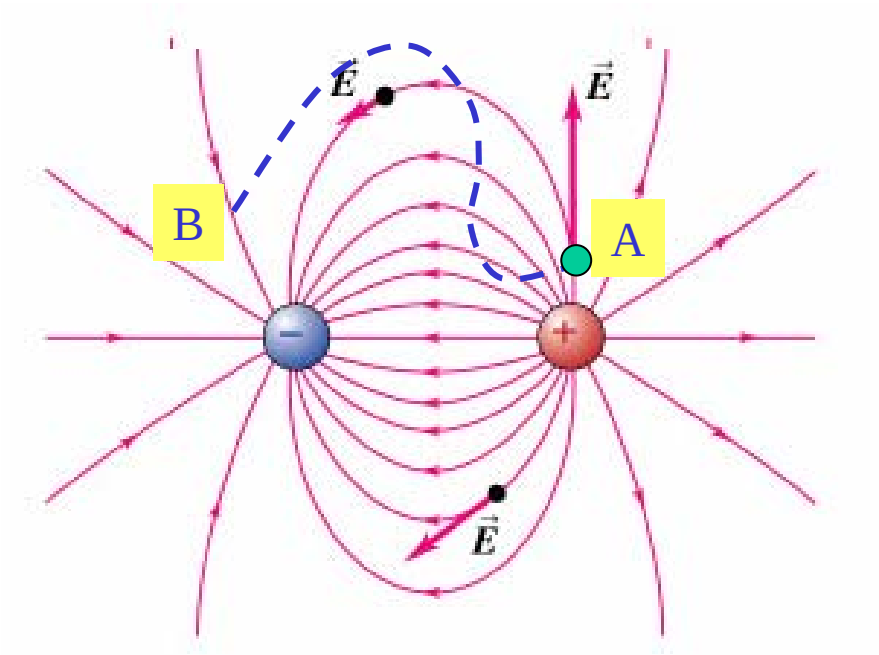
Si consideri una caria q_0 che si sposta da A a B nel campo generato da altre cariche.

$$\Delta U = U_B - U_A = -L_{C.E.} = -\int_A^B \vec{F}_{El} \cdot d\vec{s}$$ ma $\vec{F}_{El} = q_0 \vec{E}$ $$\Delta U = -q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

ricordando che $U = q_0 V$

$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

casi particolari:



lo spostamento avviene lungo una linea di forza

$$\vec{E} \cdot d\vec{s} = E ds$$ (se il verso è concorde)

se poi è anche **E**=cost $$\Delta V = Es$$

lo spostamento è ortogonale al campo elettrico

$$\vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$ cioè $$\Delta V = 0$$

ci troviamo su una superficie equipotenziale

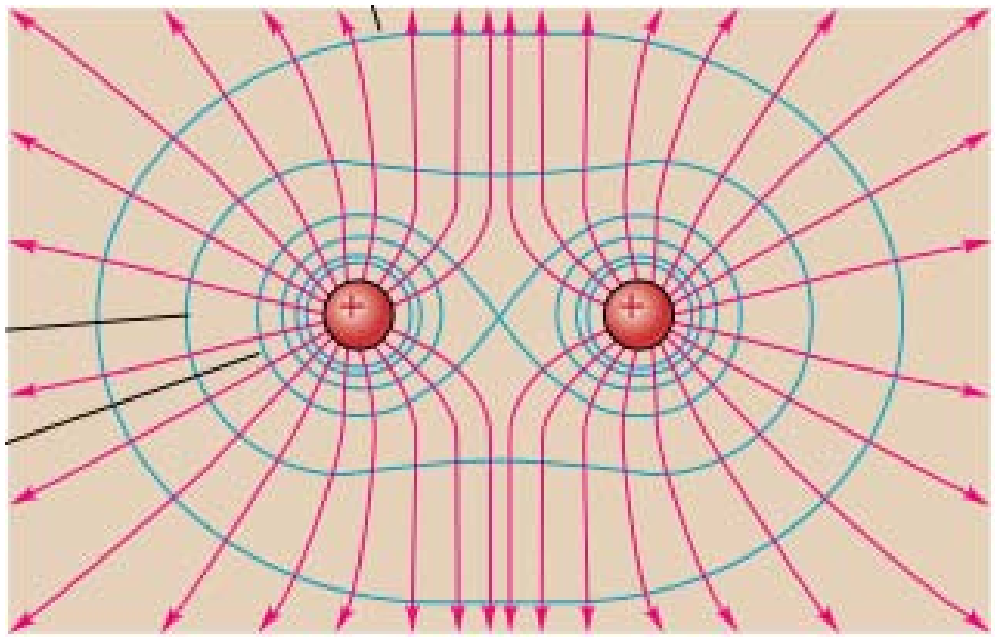
Potenziale e Campo elettrico

Le linee/superfici equipotenziali sono **ortogonali** alle linee di forza. Infatti, se d**s** giace su una superficie equipotenziale:

$$\vec{E} \cdot d\vec{s} = -dV = 0 \Leftrightarrow \vec{E} \perp d\vec{s}$$

linea/sup. equipotenziale

Se lo spostamento è lungo una linea di forza $-dV = \vec{E} \cdot d\vec{s} = Eds$ $\Rightarrow E = -\dfrac{dV}{ds}$



Il campo elettrico è il gradiente del potenziale. Più rapidamente varia V, maggiore è il campo elettrico.

Se **E**=0 in una regione, V è costante in quella regione e viceversa (v. conduttori in equilibrio).